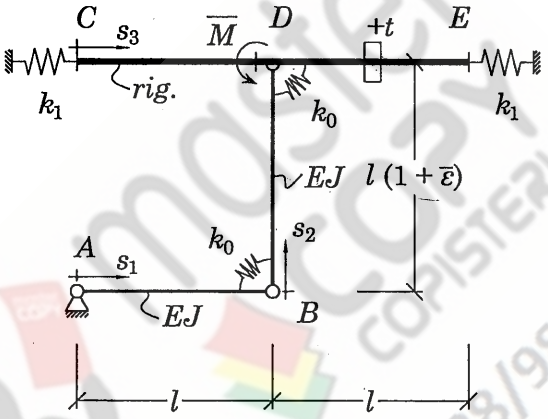
Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Prova scritta del 3 febbraio 2014 – Parte I

Problema. Nel sistema di figura le travi *AB* e *BD* sono *flessibili* ed *inestensibili*, mentre le travi *CD* e *DE* sono *rigide*. Sulle travi *CD* e *DE* agisce la variazione termica indicata, costante nello spessore delle travi. Inoltre, in corrispondenza della sezione *D* della trave *CD* è applicata una coppia concentrata di intensità $\overline{M}$.



1) Risolvere il problema mediante il metodo delle forze, scegliendo come incognita iperstatica X_1 il valore della reazione esercitata dall'appoggio elastico in *E*. In particolare:
   - determinare le espressioni delle caratteristiche della sollecitazione nei sistemi F_0 ed F_1 e tracciarne con cura i diagrammi quotati; (*)
   - scrivere l'equazione di elasticità e le espressioni formali (in termini di integrali) che permettono di determinare i coefficienti di Müller-Breslau η_{10} e η_{11};
   - calcolare i valori di η_1, η_{10} e η_{11} e dell'incognita iperstatica X_1. [14]
2) Scrivere le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *AB, BD* e *CDE* che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica (utilizzare le ascisse curvilinee indicate in figura). [16]
3) Determinare lo spostamento verticale del nodo D e tracciare una possibile deformata del sistema. [*facoltativo*].

(*) Att.ne: il disegno dei diagrammi è parte essenziale della soluzione.

Avvertenze: scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola e corso di laurea; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.

Studente _____ *(matricola:* _____*)*

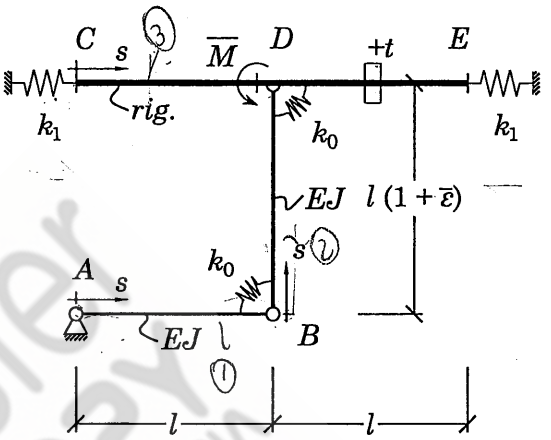
master COPY COPISTERIA
050/8312126 388/9837745

Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Sintesi della soluzione della prova scritta del 3 febbraio 2014 – Parte I

Problema. Nel sistema di figura le travi *AB* e *BD* sono *flessibili* ed *inestensibili*, mentre le travi *CD* e *DE* sono *rigide*. Sulle travi *CD* e *DE* agiscono la variazione termica, costante nello spessore delle travi. Inoltre, in corrispondenza della sezione *D* della trave *CD* è applicata una coppia concentrata di intensità $\overline{M}$.

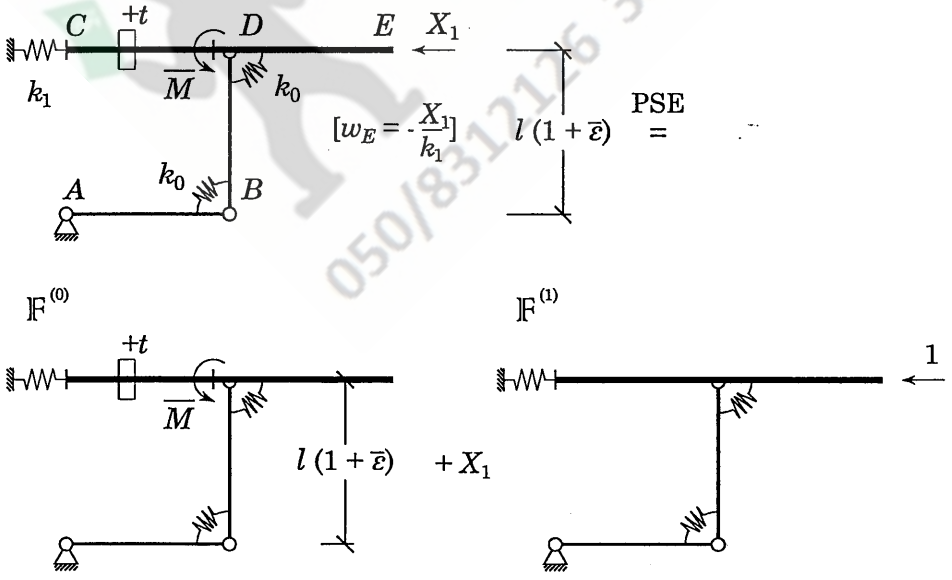


1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *AB* (tratto 1), *BD* (tratto 2) e *CDE* (tratto 3) che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono le seguenti:

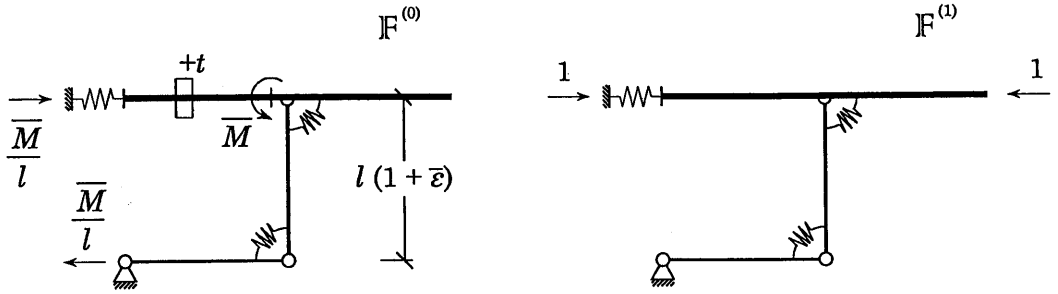
$EJv_1^{IV} = 0$; $EJv_2^{IV} = 0$; $w_3^{I} = \alpha t$;

1. $v_1(0) = 0$;
2. $-EJv_1^{II}(0) = 0$;
3. $-EJv_1^{III}(0) = 0$;
4. $v_2(0) = 0$;
5. $-EJv_1^{II}(l) = -EJv_2^{II}(0)$;
6. $-EJv_1^{II}(l) = k_0\left[v_1^{I}(l) - v_2^{I}(0)\right]$;
7. $-EJv_2^{II}(l) = \overline{M}$;
8. $v_2(l) = w_3(l)$;
9. $k_1\left[w_3(0) + w_3(2l)\right] - EJv_2^{III}(l) = 0$.

2) Avendo scelto il valore della reazione esercitata dall'appoggio cedevole in *E* come incognita iperstatica X_1 e facendo ricorso al metodo delle forze, per il principio di sovrapposizione degli effetti, il sistema effettivo può essere decomposto come segue:



Facili considerazioni di equilibrio permettono di calcolare le reazioni esercitate dai vincoli, indicate per i sottosistemi $\mathbf{F}^{(0)}$ e $\mathbf{F}^{(1)}$ nelle figure seguenti.



Le caratteristiche della sollecitazione nei vari tratti e nei due sistemi sono raccolte nella tabella seguente.

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$\frac{\overline{M}}{l}$	0	0	0	0	0
BD	0	$\frac{\overline{M}}{l}$	$\frac{\overline{M}}{l}s$	0	0	0
CD	$-\frac{\overline{M}}{l}$	0	0	–1	0	0
DE	0	0	0	–1	0	0

I diagrammi quotati delle CdS sono riportati nella figura seguente.

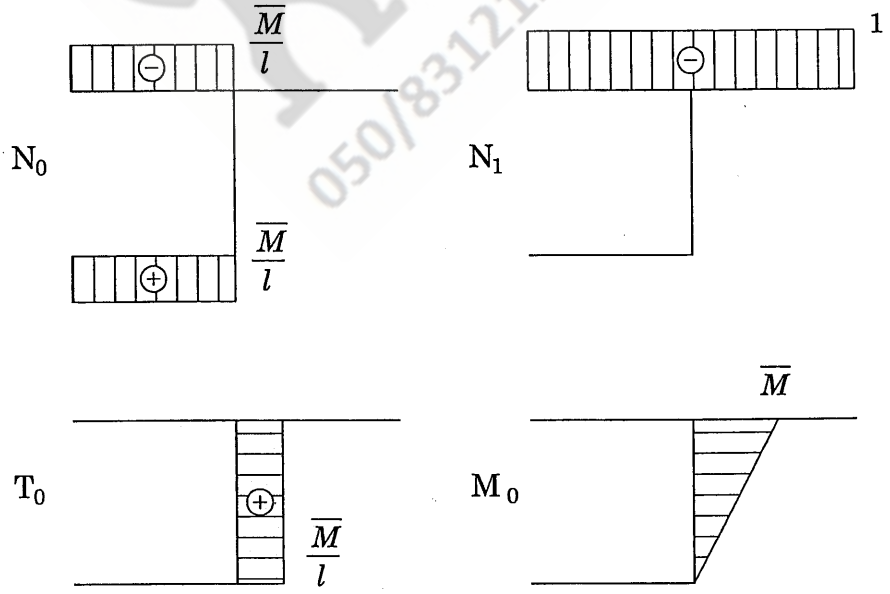
I coefficienti di Müller-Breslau sono:

$$\eta_1 = -\frac{X_1}{k_1}; \qquad \eta_{10} = \frac{\overline{M}}{k_1 l} - 2\alpha t l; \qquad \eta_{11} = \frac{1}{k_1}.$$

Conseguentemente,

$$X_1 = k_1 \alpha t l - \frac{\overline{M}}{2l}.$$

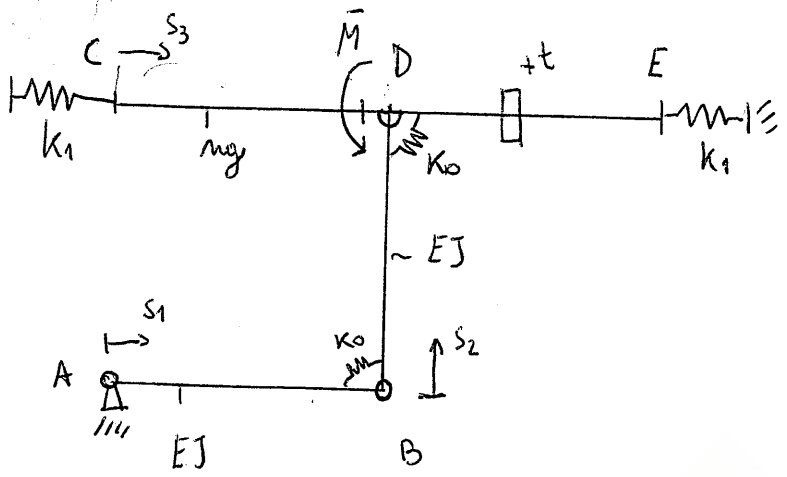
3) Lo spostamento verticale del nodo D è: $v_3(l) = \frac{\overline{M} l^2}{6EJ}\left(1 - \frac{3EJ}{k_1 l^2}\right) - \bar{\varepsilon} l$.



4 febbraio 2014

ESAME 3/02/2014

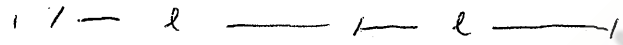
①

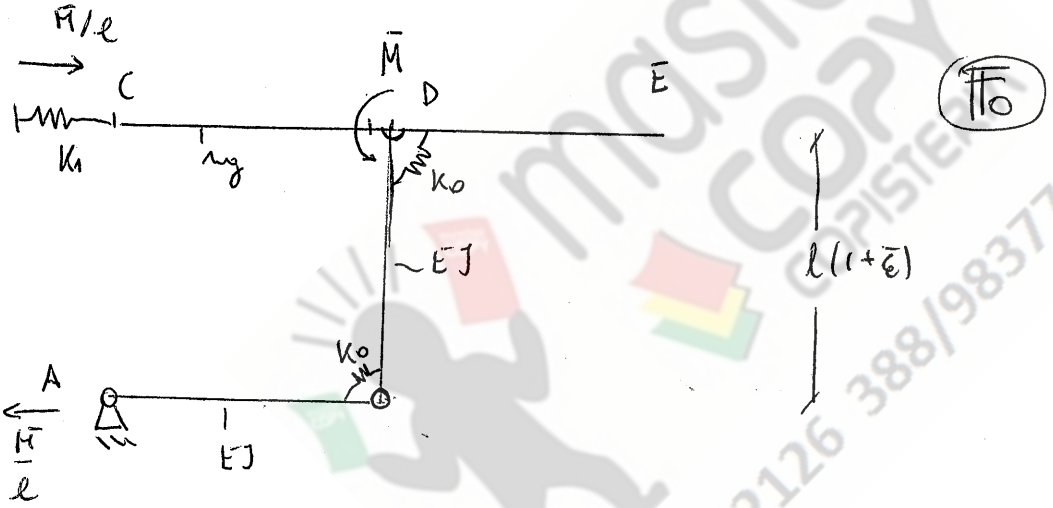


DOMANDA

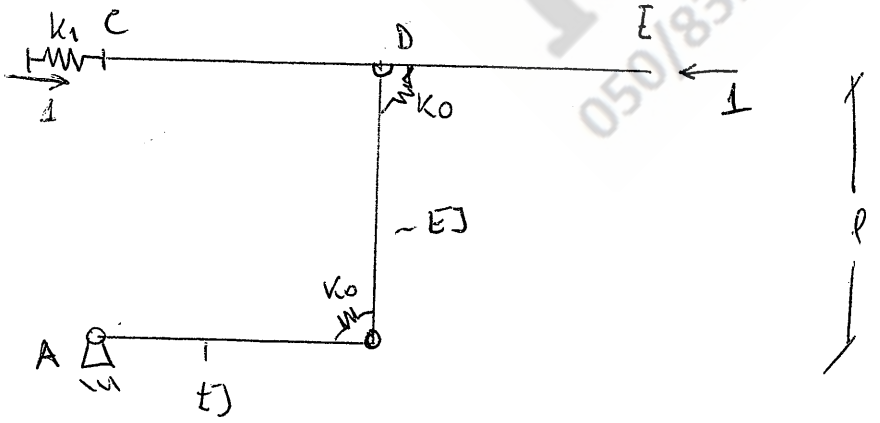
1) Come ricavo l'eq. delle linee elastiche sul tratto CDE?

RISP: guardare ultimo foglio compito 15/11/2013





F_0



F_1

$$R_1 = -\frac{X_1}{K_1}$$

$$R_1 = R_{10} + X_1 R_{11} = -\frac{X_1}{K_1} \Rightarrow X_1 = \frac{-R_{10}}{\left(R_{11} + \frac{1}{K_1}\right)}$$